



APLIKASI BANTU UNTUK MENENTUKAN NILAI EIGEN DAN VEKTOR EIGEN BERBASIS MULTIMEDIA

¹Kurnia Adhiguna (07018012), ²Ardi Pujiyanta(0529056601)

^{1,2} Program Studi Teknik Informatika
Universitas Ahmad Dahlan

Prof. Dr. Soepomo, S.H., Janturan, Umbulharjo, Yogyakarta 55164

²Email: ardipujiyanta@tif.uad.ac.id

ABSTRAK

Pembelajaran Aljabar Linier pada materi Nilai Eigen dan Vektor Eigen bagi sebagian mahasiswa dirasa sulit untuk dipahami. Berdasarkan data yang diperoleh dari 20 mahasiswa yang sedang dan yang pernah mengambil mata kuliah Aljabar Linier, terlihat bahwa jumlah prosentase mahasiswa yang tidak memahami materi Nilai Eigen dan Vektor Eigen lebih banyak dari pada mahasiswa yang paham akan materi Nilai Eigen dan Vektor Eigen. Prestasi belajar mahasiswa sering diindikasikan dengan permasalahan belajar dalam memahami materi. Kegiatan belajar di dalam kelas dengan lisan, tulisan bahkan slide powerpoint dapat menyebabkan pembelajaran menjadi kurang menarik dan cenderung membosankan. Jumlah mahasiswa yang membutuhkan alat bantu berupa media pembelajaran lebih banyak dari pada jumlah mahasiswa yang tidak membutuhkan. Untuk itu perlu dibangun aplikasi pembelajaran Aljabar Linier khususnya pada materi Nilai Eigen dan Vektor Eigen agar dapat digunakan mahasiswa sebagai sarana belajar dan mempermudah dosen dalam menyampaikan materi.

Subjek dalam penelitian ini adalah aplikasi multimedia sebagai media pembelajaran Aljabar Linier pada materi Nilai Eigen dan Vektor Eigen. Pengumpulan data dalam penelitian ini menggunakan metode studi pustaka, metode interview dan metode kuisisioner. Aplikasi disusun dengan prosedur yang mencakup indentifikasi masalah yang diperoleh, analisis kebutuhan, merancang konsep, merancang isi, design document dan diagram navigasi, merancang naskah, merancang grafis, memproduksi sistem, pengetesan sistem dengan black box dan alpha test.

Hasil penelitian ini adalah aplikasi multimedia sebagai media pembelajaran Aljabar Linier pada materi Nilai Eigen dan Vektor Eigen bagi mahasiswa Program Studi Teknik Informatika di Universitas Ahmad Dahlan yang berdasarkan hasil uji coba tersebut dapat disimpulkan bahwa aplikasi pembelajaran ini dapat membantu proses pembelajaran pada mahasiswa untuk memahami materi dan dapat digunakan sebagai alat bantu dosen untuk menunjang pembelajaran Aljabar Linier.

Kata Kunci : Aljabar Linier, Nilai Eigen dan Vektor Eigen, Pembelajaran, Multimedia.



1. PENDAHULUAN

Dalam dunia pendidikan dan pembelajaran, peranan media tidak dapat diabaikan. Pemanfaatan media merupakan bagian yang harus mendapatkan perhatian dosen dalam setiap kegiatan pembelajaran. Setiap jenis media memiliki karakteristik tertentu yang perlu dipahami, sehingga dapat dipilih media yang sesuai dengan kebutuhan dan kondisi yang ada di lapangan.

Perkembangan teknologi dengan berbasis multimedia dapat digunakan sebagai media dalam pembelajaran sehingga dapat menarik peserta didik untuk mempelajari materi yang disampaikan oleh tenaga pendidik. Dengan media pembelajaran berbasis multimedia maka tenaga pendidik dapat menyampaikan materi dengan menyesuaikan buku acuan yang ada serta memanfaatkan teknologi yang sesuai kepentingan pemakai. Para tenaga pendidik dapat melihat teks, gambar, animasi, sehingga materi dan informasi yang disampaikan mudah dipahami oleh peserta didik.

Berkaitan dengan materi Aljabar Linier mengenai Nilai Eigen dan Vektor Eigen, dalam wawancara penulis dengan dosen pengampu mata kuliah yaitu Bapak Ir. Ardi Pujianta, M.T, dikatakan bahwa kendala yang terjadi pada mahasiswa terletak pada saat mengerjakan soal-soal latihan, padahal soal-soal latihan yang diberikan tidak jauh berbeda dari contoh-contoh yang ada pada materi yang telah dijelaskan oleh dosen kepada mahasiswa di dalam kelas, contohnya saja ketika mahasiswa diberikan soal latihan yang sama dengan contoh yang ada pada materi yang cuma diganti angkanya saja mahasiswa sudah mengalami kesulitan untuk menyelesaikannya. Sebab kurangnya minat mahasiswa untuk belajar secara mandiri di rumah dan hanya mengandalkan kehadiran dosen di kelas untuk mendapatkan materi. Dari hasil kuisioner dengan 20 mahasiswa, dapat disimpulkan bahwa 84,37% mahasiswa mengatakan materi Nilai Eigen dan Vektor Eigen ini merupakan salah satu materi yang sukar untuk dipahami, hal ini disebabkan karena sistem pembelajarannya masih bersifat klasikal dalam artian bahwa hanya sebatas menggunakan *Ms.Word*, *Power Point* keterangan-keterangan tambahan maupun simulasi digambarkan secara manual di papan tulis. Dengan adanya media pembelajaran ini diharapkan dapat menarik minat belajar mahasiswa dan memudahkan dalam proses belajar mengajar. Media pembelajaran ini bisa digunakan sebagai alat bantu dalam proses belajar, bisa bersifat sebagai pengganti pengajaran atau buku itu sendiri serta bisa mengevaluasi kemampuan mahasiswa dengan mengerjakan soal-soal yang telah disediakan. Untuk memudahkan upaya penyampaian materi tersebut, multimedia dikemas semenarik dan seefektif mungkin dalam suatu paket aplikasi multimedia yang interaktif.

Berdasarkan latar belakang diatas maka dapat dibangun aplikasi yang dapat membantu dalam penyampaian materi menentukan nilai eigen dan vektor eigen. Aplikasi yang dapat dibangun untuk membuat berbagai media seperti video, animasi, gambar, suara, dan sebagainya dengan cara yang mudah adalah *Adobe Flash CS 3 Profesional*. Aplikasi yang dapat dibangun yaitu **“Aplikasi Bantu Untuk Menentukan Nilai Eigen Dan Vektor Eigen Berbasis Multimedia”**, diharapkan dengan adanya aplikasi bantu pembelajaran ini dapat membantu dosen

dalam menyampaikan materi perkuliahan dan membantu mahasiswa dalam memahami materi tersebut.

2. KAJIAN PUSTAKA

Penelitian yang mengacu pada penelitian yang telah dilakukan oleh Rohimah, tentang Alat Bantu Ajar Matakuliah Aljabar Linear Dan Matriks Pada Pokok Bahasan Determinan Dan Invers Matriks[8]. Dalam aplikasi pembelajaran ini tampilan sudah mengkombinasikan teks, gambar, animasi serta *sound* dengan sesuai serta terdapat sesi evaluasi untuk menguji pemahaman peserta didik, tetapi dalam aplikasi ini latihan dan evaluasinya belum *step by step* dalam tahap penyelesaiannya. Penelitian ini juga mengacu pada penelitian yang dilakukan oleh Dhimas Bagus Eko Putranto tentang Pembelajaran Logika Matematika Pada Pokok Bahasan Logika Algoritma Berbasis Multimedia[9]. Penelitian tersebut dirasa masih kurang menarik, karena tampilan teks terlalu banyak, *user interface* kurang dinamis sehingga perlu pengembangan yang lebih baik.

2.1 Aljabar Linier

Adalah bidang studi matematika yang mempelajari sistem persamaan linear dan solusinya, vektor, serta transformasi linear. Matriks dan operasinya juga merupakan hal yang berkaitan erat dengan bidang aljabar linear.

2.2 Nilai Eigen dan Vektor Eigen

Sebuah matriks bujur sangkar dengan ordo $n \times n$ misalkan A , dan sebuah vektor kolom X . Vektor X adalah vektor dalam ruang Euklidian R^n yang dihubungkan dengan sebuah persamaan:

$$Ax = \lambda x \dots \text{Persamaan (1)}$$

A = matriks yang akan kita cari nilai eigen dan vektor eigennya

x = vektor eigen dalam bentuk matriks

λ = nilai eigen dalam bentuk skalar

Dimana λ adalah suatu skalar dan X adalah vektor yang tidak nol. Skalar λ dinamakan nilai Eigen dari matriks A . Nilai eigen (*eigen value*) adalah nilai karakteristik dari suatu matriks bujur sangkar. Vektor X dalam persamaan (1) adalah suatu vektor yang tidak nol yang memenuhi persamaan (1) untuk nilai eigen yang sesuai dan disebut dengan vektor eigen (*eigen vector*). Jadi vektor X mempunyai nilai tertentu untuk nilai eigen tertentu [12].

2.3 Persamaan Karakteristik

Untuk mencari nilai eigen dari matriks A yang berukuran $n \times n$, maka kita perlu memperhatikan kembali definisi vektor eigen dan nilai eigen, yaitu $Ax = \lambda x$. Bentuk ini dapat kita tulis sebagai berikut:

$$Ax = \lambda Ix$$

$$(\lambda I - A)x = 0$$

$$(A - \lambda I)x = 0 \dots \text{Persamaan (2)}$$

Supaya λ menjadi nilai eigen, maka harus ada penyelesaian yang tidak nol dari persamaan (2) ini. Menurut teorema dalam bahasan sebelumnya, maka persamaan (2) akan mempunyai penyelesaian tak nol (mempunyai penyelesaian non trivial) jika dan hanya jika:

$$\det(\lambda I - A) = 0 \dots \text{Persamaan (3)}$$

Definisi :

Persamaan $\det(\lambda I - A) = 0$ dengan λ sebagai variabel disebut persamaan karakteristik dari matriks A . Akar-akar atau skalar-skalar yang memenuhi persamaan ini adalah nilai-nilai eigen (nilai-nilai karakteristik) dari matriks A . $\det(\lambda I - A) \equiv f(\lambda)$ yaitu berupa polinom dalam λ yang dinamakan polinom karakteristik.

2.4 Ruang Eigen

Setelah kita memahami bagaimana mencari nilai-nilai eigen hubungannya dengan persamaan karakteristik, maka sekarang akan beralih ke masalah untuk mencari vektor eigen. Menurut definisi terdahulu bahwa vektor eigen dari matriks A yang bersesuaian dengan nilai eigen λ adalah vektor x yang tidak nol dan haruslah memenuhi $Ax = \lambda x$. Dengan kata lain, secara ekuivalen tentunya vektor eigen yang bersesuaian dengan nilai eigen λ adalah vektor yang tak nol dalam ruang penyelesaian $(\lambda I - A)x = 0$. Ruang penyelesaian ini kita namakan sebagai ruang eigen (*eigen space*) dari matriks A yang bersesuaian dengan nilai eigen λ .

Definisi :

Ruang penyelesaian dari sistem persamaan linear $(\lambda I - A)x = 0$ atau $(A - \lambda I)x = 0$ dinamakan ruang eigen dari matriks A yang berukuran $n \times n$.

Sekarang kita perhatikan contoh, bahwa vektor-vektor eigen suatu matriks akan membentuk suatu basis untuk ruang eigen yang bersesuaian dengan nilai eigen dari matriks tersebut.

2.5 Nilai Eigen, Vektor Eigen dan Transformasi Linear

Definisi :

Skalar k dinamakan nilai eigen dari transformasi linear $T: V \rightarrow V$ jika ada vektor x yang tidak nol dalam V sehingga $Tx = \lambda x$. Vektor x dinamakan vektor eigen T yang bersesuaian dengan λ . Secara ekuivalen, maka vektor eigen T yang bersesuaian dengan nilai eigen λ adalah vektor tak nol dalam ruang eigen T .

Dari definisi ini dapat diperlihatkan, bahwa jika V adalah ruang vektor yang berdimensi berhingga dan λ adalah nilai eigen dari matriks T untuk transformasi linear

$T: V \rightarrow V$ terhadap sebarang basis B , maka

$$\begin{aligned} T(x) &= \lambda(x) \\ [T(x)]_B &= [\lambda(x)]_B \\ A[x]_B &= \lambda[x]_B \dots \text{Persamaan (5)} \end{aligned}$$

Hal ini berarti:



1. Nilai eigen λ dari T adalah nilai eigen matriks A
2. Vektor x adalah vektor eigen T yang bersesuaian dengan λ jika dan hanya jika matriks koordinat-koordinatnya $[x]_B$ adalah vektor eigen A yang bersesuaian dengan λ .

3. METODE PENELITIAN

3.1 Metode Pengumpulan Data

3.1.1 Metode Literatur

Metode ini digunakan dengan cara membaca buku-buku *literature*/referensi yang berkaitan dengan *Aljabar Linier* serta mempelajari laporan-laporan dan buku-buku lain yang berkaitan dengan penelitian.

3.1.2 Pengumpulan Data dari Internet/Browsing

Metode ini dilakukan dengan cara mencari data dan informasi berupa teks, gambar dan source code program yang berkaitan dengan penelitian menggunakan jaringan internet.

3.1.3 Metode Wawancara

Merupakan Metode yang dilakukan dengan cara tanya jawab langsung kepada mahasiswa yang pernah atau sedang mengambil mata kuliah *Aljabar Linier*. Metode ini dilakukan untuk memastikan bahwa data yang diperoleh tentang nilai eigen dan vektor eigen pada mata kuliah *Aljabar Linier* benar-benar sesuai dengan fakta yang ada.

3.1.4 Observasi

Merupakan metode pengamatan secara langsung terhadap cara pembelajaran *Aljabar Linier* yang ada saat ini di Universitas Ahmad Dahlan. Selain melakukan pengamatan juga melakukan pencatatan dokumen yang berkaitan dengan subyek penelitian.

3.2 Analisis Kebutuhan User

Kebutuhan mahasiswa atau peserta didik adalah adanya sistem yang bisa mendukung mahasiswa atau peserta didik memahami materi Nilai Eigen dan Vektor Eigen. Hal ini dapat terpenuhi bila sistem yang dibangun memenuhi unsur-unsur yang mereka perlukan. Sistem yang lengkap, menarik dan *user friendly* adalah faktor yang sangat diperlukan bagi mahasiswa atau peserta didik sehingga proses belajar mengajar sesuai dengan SAP (Satuan Acara Perkuliahan).

3.3 Analisis Kebutuhan Sistem

Untuk memenuhi kebutuhan user aplikasi multimedia ini memiliki beberapa fasilitas menu yaitu materi, latihan dan evaluasi. Materi yang diberikan dilengkapi dengan animasi. Simulasi tentang Nilai Eigen dan Vektor Eigen untuk memahami langkah-langkah persamaan karakteristik, nilai eigen

dan vektor eigen dan transformasi linier. Latihan yang berisi studi kasus di mana terdapat pengulangan dalam mengisi jawaban apabila salah hingga tiga kali akan muncul pembahasan. Evaluasi untuk mengetahui pemahaman mahasiswa tentang materi Nilai Eigen dan Vektor Eigen.

3.4 Perancangan Sistem

Perancangan sistem didefinisikan sebagai penganalisa rancangan sistem untuk menyusun sistem pembelajaran nilai eigen dan vektor eigen berbasis multimedia.

4 HASIL DAN PEMBAHASAN

Implementasi aplikasi Media Pembelajaran Nilai Eigen dan Vektor Eigen adalah sebagai berikut:

4.1 Tampilan Halaman Menu Utama



Halaman ini terdapat enam buah tombol pada menu utama. Tombol tersebut antara lain Petunjuk untuk menuju ke halaman petunjuk penggunaan media pembelajaran, Kompetensi untuk menuju ke halaman kompetensi, *Profile* untuk menuju ke halaman *profile*, Materi untuk menuju ke halaman materi, Latihan untuk menuju ke halaman latihan dan Evaluasi untuk menuju ke halaman evaluasi.

4.2 Tampilan Halaman Materi



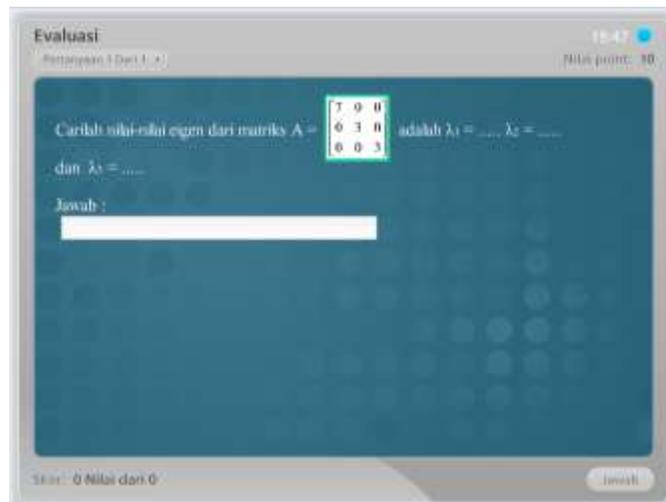
Halaman ini berisi tombol-tombol materi. Apabila tombol diklik akan menuju kemateri yang disajikan dalam aplikasi ini.

4.3 Tampilan Halaman Latihan



Halaman ini menampilkan latihan penyelesaian persamaan karakteristik.

4.4 Tampilan Halaman Evaluasi



Halaman ini menampilkan soal evaluasi.

4.5 Hasil Pengujian Sistem

Tahap akhir dari perancangan sebuah sistem adalah pengujian terhadap sistem itu sendiri. Dalam sistem ini ada dua metode dalam pengujian *sistem* yaitu *black box test* dan *alpha test*.

Hasil Nilai Evaluasi sebelum dan sesudah menggunakan aplikasi

No.	NIM	Nilai sebelum	Nilai sesudah
1	09018162	10	65
2	09018170	20	70
3	09018175	0	60
4	09018187	0	65
5	09018197	0	70
6	09018243	60	80
7	09018248	60	80
8	09018249	65	80
9	09018250	45	60
10	09018255	45	80
11	09018262	45	80
12	09018263	30	85
13	09018282	30	70
14	09018286	20	90
15	09018288	20	70
16	09018294	20	70
17	09018297	20	80
18	09018301	15	75
19	09018302	25	80
20	09018303	35	85

Dari hasil evaluasi yang dilakukan oleh *user* terhadap sistem, dapat diperoleh presentasi nilai adalah sebagai berikut:

- a. Point 90 terdapat 1 *user* dengan presentasi $1/20 \times 100\% = 5\%$.
- b. Point 85 terdapat 2 *user* dengan presentasi $2/20 \times 100\% = 10\%$.
- c. Point 80 terdapat 7 *user* dengan presentasi $7/20 \times 100\% = 35\%$.
- d. Point 75 terdapat 1 *user* dengan presentasi $1/20 \times 100\% = 5\%$.
- e. Point 70 terdapat 5 *user* dengan presentasi $5/20 \times 100\% = 25\%$.
- f. Point 65 terdapat 2 *user* dengan presentasi $2/20 \times 100\% = 10\%$.
- g. Point 60 terdapat 2 *user* dengan presentasi $2/20 \times 100\% = 10\%$.

Penilaian A antara point ≥ 80 , nilai B antara $70 < \text{point} < 80$, nilai C antara $60 < \text{point} \leq 70$, dan nilai D antara $45 < \text{point} \leq 60$. Dapat disimpulkan bahwa 50% *user* mendapat nilai A, 30% *user* mendapat nilai B, 20% *user* mendapat nilai C, dan 0% *user* mendapat nilai D.

5. PENUTUP

- a. Telah dibuat aplikasi program bantu pembelajaran yang interaktif sebagai sarana belajar mengenai mata kuliah Aljabar Linier khususnya materi Nilai Eigen dan Vektor Eigen.
- b. Aplikasi pembelajaran menggunakan komputer berbasis multimedia ini merupakan program aplikasi yang dapat digunakan sebagai pegangan belajar mata kuliah Aljabar Linier, khususnya materi Nilai Eigen dan Vektor Eigen untuk mahasiswa jurusan Teknik Informatika di Universitas Ahmad Dahlan.
- c. Telah dilakukan uji coba program yang menunjukkan bahwa aplikasi yang telah dibuat dapat berjalan dengan baik, materi yang terdapat dalam aplikasi terpenuhi dan dapat membantu menambah pemahaman mahasiswa mengenai materi Aljabar Linier khususnya Nilai Eigen dan Vektor Eigen serta sebagai alat bantu dosen untuk menunjang pembelajaran Aljabar Linier.
- d. Kedepannya aplikasi ini diharapkan dapat dikembangkan dengan berbasis web sehingga tidak hanya dipakai individu tetapi dapat dilihat secara umum.

6. DAFTAR PUSTAKA

- [1] Daryanto, Tri, 2005, *Sistem Multimedia Dan Aplikasinya*, Graha ilmu, Yogyakarta
- [2] Depdiknas.2003. *Media Pembelajaran*. Jakarta:Depdiknas.
- [3] Jeprie, Mohammad, 2006, *Student Guide Series : Macromedia Flash MX 2004*, Elex Media Komputindo, Jakarta.
- [4] Kadir,2004, *Efektifitas Strategi Peta Konsep Dalam Pembelajaran Sains dan Matematika*, <http://www.depdiknas.go.id/jurnal/petakonsep.pdf>, 23 November 2011
- [5] Minarti, Yutmini S., dan Suwalni. *Pengaruh Media Transvisi dan Atribusi Siswa terhadap Prestasi Belajar Matematika*. Jurnal Teknodika 2 (3) : 64 – 88 2004.
- [6] Nasution, S, Prof. Dr. M. A., 2006, *Berbagai Pendekatan Dalam Proses Belajar Dan Mengajar*, Bumi Aksara, Jakarta
- [7] Pujiyanta, Ardi, Ir. MT., 2011, *Pengantar Aljabar Linear* Ardana Media,



Yogyakarta.

- [8] Purwayuni, EtyDyah Impun Tri, 2007, *Nilai Eigen dan Vektor Eigen Serta Aplikasinya Dalam Masalah Permukaan Kuadrat*, Skripsi S-1, Universitas Ahmad Dahlan, Yogyakarta
- [9] Rohimah, 2010, *Alat Bantu Ajar Mata Kuliah Aljabar Linear dan Matriks Pada Pokok Bahasan Determinan dan Invers Matriks*, Skripsi S-1, Universitas Ahmad Dahlan, Yogyakarta
- [10] Sulistyorini, Farida, S.T. dan Winiarti, Sri, S.T. 2009. "Diktat Interaksi Manusia Komputer". Universitas Ahmad Dahlan. Yogyakarta
- [11] Suyanto, M. 2003, *Multimedia Alat Untuk Meningkatkan Keunggulan Bersaing*, Andi, Yogyakarta
- [12] <http://nuralif.staff.umm.ac.id/files/2010/06/Aljab7.doc> diunduh 22 November 2011
- [13] <http://blog.uin-malang.ac.id/rismalil/files/2010/12/ALIN-NilaiVektoEigen.pdf> diunduh 12 Oktober 2011
- [14] <http://www.scribd.com/doc/71518306/Revolusi-Pembelajaran-Berbasis-ICT>, diunduh 27 November 2011.
- [15] http://royandawud-fst09.web.unair.ac.id/artikel_detail-44517-Sistem%20Cerdas-Sistem%20Pengenalan%20Citra%20Wajah%20dengan%20Image%20Processing.html diunduh 1 september 2012